

JAWABAN SOAL UJIAN TENGAH SEMESTER GANJIL 2012/2013

Mata Kuliah	: Pengantar Kimia Kuantum	Dosen	: Lukman Hakim
Kelas	: B	Sifat ujian	: Buku terbuka
Hari / Tanggal	: Selasa, 30 Oktober 2012	Waktu	: 07.30 - 09.30

1. Sebuah benda bergerak di ruang satu dimensi dengan panjang ℓ .
Fungsi gelombang ψ partikel tersebut dinyatakan dengan:

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Probabilitas \mathcal{P} partikel tersebut ditemukan pada seperempat kiri ruang ($0 \leq x \leq \ell/4$):

$$\begin{aligned} \mathcal{P}\{0 \leq x \leq \ell/4\} &= \int_0^{\ell/4} \psi^*(x)\psi(x)dx \\ &= \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell/4} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right) dx \\ &= \frac{2}{\ell} \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\ell/4} \left\{1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right)\right\} dx \\ &= \frac{1}{\ell} \left| x - \frac{\ell}{2n\pi} \sin\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right) \right|_0^{\ell/4} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} & n = 1 \\ \frac{1}{4} & n = \infty \end{cases} \end{aligned}$$

Pada $n = \infty$, kelakuan sistem yang dideskripsikan oleh mekanika kuantum akan mereproduksi hasil yang diamati oleh mekanika klasik (*Bohr correspondence principle*)

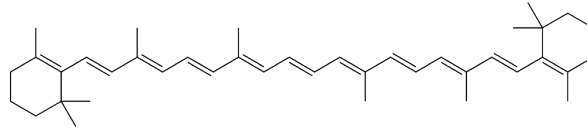
2. Untuk sebuah partikel yang bergerak dengan fungsi gelombang ψ ,

$$\psi(\phi) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} e^{-im\phi} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

nilai rata-rata $\langle \phi \rangle$ adalah

$$\begin{aligned} \langle \phi \rangle &= \int_0^{2\pi} \psi^*(\phi)\phi\psi(\phi)d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} e^{im\phi} \phi \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} e^{-im\phi} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi d\phi \\ &= \frac{1}{4\pi} |\phi^2|_0^{2\pi} \\ &= \pi \end{aligned}$$

3. β -Carotene merupakan poli-ena yang memiliki 11 ikatan karbon rangkap yang silih-berganti dengan ikatan karbon tunggal di sepanjang rantai 22 atom karbon.

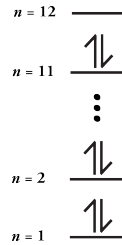


Gambar 1: β -Carotene

Jika panjang rantai tersebut $\ell = 0.294$ nm dan konjugasi elektron π dianalogikan sebagai pergerakan elektron pada ruang satu dimensi, maka energi yang dapat dimiliki elektron adalah:

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8m\ell^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Mengikuti asas larangan Pauli, tiap tingkat energi n dapat ditempati oleh maksimal dua elektron π dengan spin berlawanan:



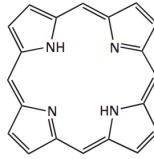
Gambar 2: *Ground-state* 22 elektron- π pada ruang 1D

maka bilangan gelombang radiasi, $\bar{\nu} = 1/\lambda$, yang diserap β -Carotene ketika melakukan transisi dari *ground-state* menuju *first excited-state*.

$$hc\bar{\nu} = \Delta E_{11 \rightarrow 12}$$

$$\bar{\nu} = (12^2 - 11^2) \frac{h^2}{8m\ell^2} \cdot \frac{1}{hc}$$

4. *Porphine* adalah senyawa induk dari kelompok *porphyrins* yang merupakan senyawa basis klorofil dan hemoglobin.

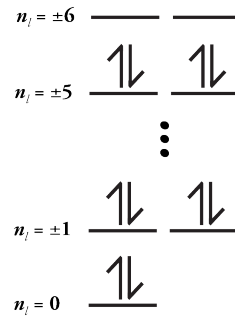


Gambar 3: Porphine

Jika konjugasi elektron π dalam senyawa ini dianalogikan sebagai pergerakan melingkar elektron dengan radius $r = 440$ pm, maka energi yang dapat dimiliki oleh elektron adalah

$$E = \frac{n_l^2 \hbar^2}{2mr^2} \quad n_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Mengikuti asas larangan Pauli, maka konfigurasi elektron- π pada *ground-state* dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 4: *Ground-state* 22 elektron- π bergerak melingkar pada ruang 2D

Bilangan gelombang radiasi, $\bar{\nu} = 1/\lambda$, yang diserap *Porphine* ketika melakukan transisi dari *ground-state* menuju *first excited-state* adalah:

$$\begin{aligned}
 hc\bar{\nu} &= \Delta E_{5 \rightarrow 6} \\
 \bar{\nu} &= (6^2 - 5^2) \frac{\hbar^2}{8\pi^2 mr^2} \cdot \frac{1}{\hbar c}
 \end{aligned}$$