

Pengantar Kimia Kuantum

Tugas 01

1. Tunjukkan bahwa matriks vektor-eigen

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

yang memiliki inversi

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

dapat mendiagonalkan matriks

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha - E & \beta & 0 \\ \beta & \alpha - E & \beta \\ 0 & \beta & \alpha - E \end{pmatrix}$$

dan matriks diagonal yang dihasilkan memiliki elemen yang merupakan akar dari persamaan karakteristik.

2. Untuk persamaan sekuler di bawah ini

$$(\alpha - E)c_1 + \beta c_2 + \beta c_3 = 0$$

$$\beta c_1 + (\alpha - E)c_2 + \beta c_3 = 0$$

$$\beta c_1 + \beta c_2 + (\alpha - E)c_3 = 0$$

- (a) Carilah nilai E dan nyatakan dalam α dan β .
 (b) Dengan mengetahui bahwa $\sum c_i^2 = 1$, tentukan vektor-eigen c_i untuk tiap nilai-eigen E .
3. Tunjukkan bahwa fungsi $\Phi = Ae^{im\phi}$, dengan i , m , dan A merupakan konstanta, adalah fungsi-eigen dari operator momentum-angular:

$$\hat{M}_z = \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

dan tentukan juga nilai-eigennya.

4. Tunjukkan bahwa fungsi

$$\psi = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$$

dengan n dan a merupakan konstanta, adalah fungsi-eigen dari operator Hamiltonian satu dimensi tanpa energi potensial ($V = 0$)

$$\hat{\mathbf{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

dengan m dan \hbar bersifat konstan. Tentukan juga nilai-eigennya.

5. Tunjukkan bahwa fungsi $\phi = xe^{ax}$ adalah fungsi-eigen dari operator

$$\hat{\mathbf{O}} = \frac{d^2}{dx^2} - \frac{2a}{x}$$

dengan a merupakan konstanta. Tentukan juga nilai-eigennya.